

## Cím: Véletlen folyamatok gráfokon és szimulációik

Témavezető: Backhausz Ágnes (MTA Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet és Eötvös Loránd Tudományegyetem, [agnes@cs.elte.hu](mailto:agnes@cs.elte.hu))

A véletlen hálózatok és a különféle gráfokon zajló véletlen folyamatok elméleti kutatása során gyakran olyan problémák merülnek fel, melyeknél egy jó számítógépes szimuláció segíthet a helyes sejtés megfogalmazásában és akár bizonyításában.

A véletlen gráfok témakörében felmerülő, szimulációval jól megfogható kérdés például az alábbi. Vegyünk egy véletlenszerűen, egyenletesen választott  $d$ -reguláris gráfot (minden csúcs foka  $d$ ), majd abban egy véletlenszerűen választott csúcsot. Ennek várhatóan mekkora környezetére igaz, hogy nincs benne kör? Másképpen fogalmazva: az jól ismert, hogy véletlen  $d$ -reguláris gráfokban nincs sok kis körök, de hogyan látszik ez az egyes csúcsokból?

A második példa az alábbi játék. Egy gráf csúcsain játékosok állnak. Minden körben mindenki véletlenszerűen kiválasztja az egyik szomszédját, aki kiesik a játékból. Mennyi annak valószínűsége, hogy a játék úgy ér véget, hogy nem marad olyan játékos, aki még nem esett volna ki?

Hasonló jellegű, véletlen permutációkkal kapcsolatos kérdéseket lehet feltenni az úgynevezett stirring processsel kapcsolatban. Itt egy gráf csúcsaira különböző címkéket teszünk, majd minden lépésben egy véletlenszerűen egyenletesen kiválasztott él két végén lévő címkéket megcseréljük. Kérdés, hogy sok idő elteltével kialakul-e olyan ciklus, ami a csúcsok "nagy részét" tartalmazza, és hogy mindez hogyan függ a gráftól. Más válasz várható például kockarácsokon, mint az első példában említett véletlen reguláris gráfokon.

A feladat néhány gráffal kapcsolatos probléma irodalmának megismerése, a leírt modellekről számítógépes szimuláció készítése, az alapján sejtések megfogalmazása, esetleg bizonyítása. Mindehhez szükséges az angol nyelvű szakirodalom önálló olvasása, továbbá alapszintű programozási ismeretek (a szimulációk például R-ben, Matlabban készíthetők).

## Hivatkozások

- [1] Pietro Caputo, Thomas M. Liggett and Thomas Richthammer. Proof of Aldous' spectral gap conjecture, J. Amer. Math. Soc. **23** (2010), no. 3, 831–851. arXiv:0906.1238 [math.PR]
- [2] David Gamarnik, Madhu Sudan. Limits of local algorithms over sparse random graphs. Proceedings of the 5-th Innovations in Theoretical Computer Science conference (2014). arXiv:1304.1831 [math.PR]
- [3] Remco van der Hofstad. Random Graphs and Complex Networks. <http://www.win.tue.nl/~rhofstad/NotesRGCN.pdf>