

Lemon – legrövidebb út irányítatlan gráfban

Library for Efficient Models and Optimization in Networks

Balázs Dezső

ELTE, Operációkutatási tanszék

Adott egy $G = (V, E)$ irányítatlan gráf, és az éleken egy $l : V \rightarrow \mathbb{N}$ függvény. A gráfban nincs negatív kör. Adott s, t csúcspár, keressünk legrövidebb utat a két pont között.

Megjegyzés: A hagyományos, azaz a Dijkstra és Bellman-Ford algoritmus nem alkalmazható. (Az élek kétirányúsítása nem működik.)

Gráf transzformáció

- Minden csúcsot (kivéve s, t) helyettesítsük két csúccsal:
 $v \rightarrow v_{v1}, v_{v2}$
- Minden élet helyettesítsük két csúccsal: $e \rightarrow v_{e1}, v_{e2}$
- Kössük össze v_{v1} és v_{v2} csúcsokat, az él költsége $0 \Rightarrow$ csúcs összekötő él
- Kössük össze v_{e1} és v_{e2} csúcsokat, az él költsége 0
Rightarrow él összekötő él
- Ha v az e első végpontja, akkor kössük össze v_{v1} és v_{v2} csúcsokat v_{e1} -gyel, az él költsége $l_e/2 \Rightarrow$ szár él
- Ha v az e második végpontja, akkor kössük össze v_{v1} és v_{v2} csúcsokat v_{e2} -gyel, az él költsége $l_e/2 \Rightarrow$ szár él
- s, t esetén csak egy csúccsal helyettesítjük létre

Keressünk egy minimális perfekt párosítást a gráfban.

- Egy tetszőleges s, t megfeleltethető egy azonos súlyú párosításnak
- Minden úton lévő élhez válasszunk egy-egy hozzá tartozó szárat a párosításban, míg az összes többi élen és csúcson az összekötő élet válasszuk ki
- Egy tetszőleges minimális párosításnak megfeleltethető egy út, ha nincs negatív kör a gráfban
- Minden olyan él legyen az úton, amihez nem választottuk ki az összekötő élet
- Lemon megvalósítás: gráf transzformáció + `MaxWeightedPerfectMatching` + negált költségek